Задание № 3

Дано

$a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ - натур. числа.

a_i, a_j при $i<j$ вып. числа.

$a_i+a_j,\ a_i \cdot a_j,\ |a_i-a_j|$

Найти: наибольшее возможное значение количества нечетных чисел среди выписанных.

Решение:

пары по убыванию нам не подходят. так, как мы получаем всего два числа. Одно из которых будет ~~удовлетворять усло~~ нечетным. Например:

$a_i=6$, $a_j=5$ — $i \not< j$ поэтому не выпо[лняется] условия число a_i+a_j, $a_i \cdot a_j$, $|a_i-a_j|$. В итоге мы получаем всего два числа $a_i=6$; $a_j=5$. Только $a_j=5$ является нечетным.

если у нас всего 2022 чисел, то пар чисел у нас $2022:2=1011$.

Сейчас я сделал анализ. Для ~~этого~~ анализа я взял 10 пар.

1 пара $a_i=1$, $a_j=2$; $i<j$ выпол. условие $1<2$; a_i+a_j: $1+2=3$; $a_i \cdot a_j$: $1\cdot 2=2$; $|a_i-a_j|$: $|1-2|=1$

2 пара $a_i=3$, $a_j=4$; $i<j$, $3<4$; $3+4=7$; $3\cdot 4=12$; $|3-4|=1$

3 пара $a_i=5$, $a_j=6$; $5<6$; $5+6=11$; $5\cdot 6=30$; $|5-6|=1$

4 пара $a_i=7$, $a_j=8$; $7+8=15$; $7\cdot 8=56$; $|7-8|=1$

5 пара $a_i=9$, $a_j=10$; $9+10=19$; $9\cdot 10=90$; $|9-10|=1$

6 пара $a_i=11$, $a_j=12$; $11+12=23$; $11\cdot 12=132$; $|11-12|=1$

7 пара $a_i=13$, $a_j=14$; $13+14=27$; $13\cdot 14=182$; $|13-14|=1$

8 пара $a_i=15$, $a_j=16$; $15+16=31$; $15\cdot 16=240$; $|15-16|=1$

9 = $a_i=17$, $a_j=18$; $17+18=35$; $17\cdot 18=306$; $|17-18|=1$

$19+20=39$; $19\cdot 20=380$; $|19-20|=1$

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

Продолжение задания № 3.

Выходит что в одной паре из 3 чисел 2 нечетных, а из 10 пар не в одной небыло исключений. Получается. —

Дано

1 пара = 2 нечетных числа.

1011 пар = ? нечетных чисел.

Решение.

1011 · 2 = 2022 нечетных пар.

Ответ: наибольшее возможное значение количество нечетных чисел ~~среди выписанных~~ является 2022.

КАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ

Задание N 4

Дано.

Доказать что для любых действительных a, b справедливо неравенство

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

Решение:

Я считаю что для любых ~~значений~~ действительных a, b справедливо неравенство $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.
~~Подтвер~~ Докажу след. аргументами.

1. С левой стор. всё суммируется, в отличие от прав. стороны

2. С левой стор. мы видим 3 действия со знаком умножить в отличие от правой стороны, где происходит лишь 2 действия с умножением

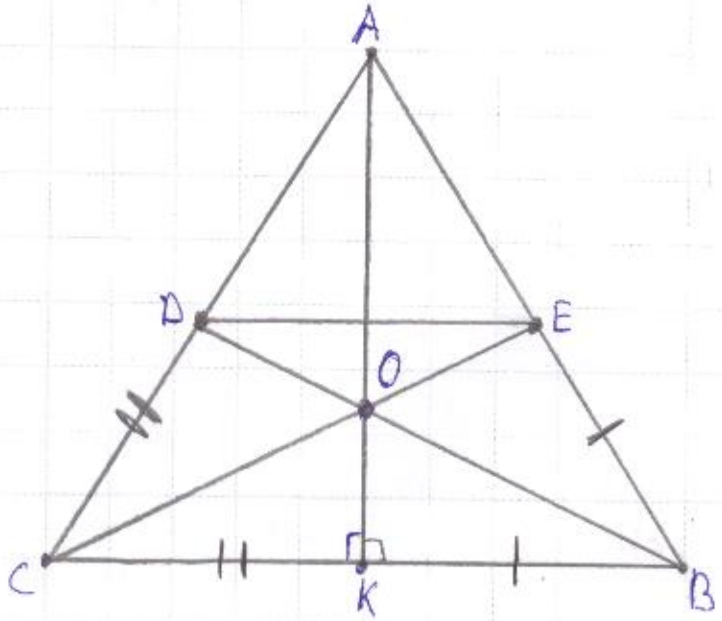
3. С левой стороны как с правой задействованы как a так и b, что и увел. их равенство между собой.

4. С левой стороны мы наблюдаем возведение в квадрат переменных a и b, чего нет у правой стороны.

5. Если мы возьмем отрицательное число для переменных a и b, то с правой стороны мы получим отрицательные числа для a и b, в отличии от левой стороны. У нас переменная a или b возведется в квадрат, в конце мы получим больше положительных чисел чем с правой стороны.

Выше написанными словами я доказал, что для любых действительных a, b справедливо неравенство $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

Задание н. 1.



Дано
$\triangle ABC$
AK - биссектриса.
O - центр диагоналей.
$AB \in E$
$AC \subset D$
$EB = BK$
$CD = CK$

Доказать $AB = AC$

Решение.

Пусть $KB = ED = x$,
а $CD = CK = 2x$

т.к. AK биссектриса, то $CK = CB$.
т.к. $CD = CB = BE$ то $DB = CE$
получается $AB = AC$.

AKM AKM

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

N1

Берілгені:	Шешуі:
$\triangle ABC$, AK - биссектрисса	BBCD диагонали сызықтарының қиылысуы $\cup AK$ тек, егер
$AB \cup E$	үшбұрыш ABC теңбүйірлі болса, сонда $\triangle ABC$ - теңбүйірлі
$AC \cup D$	екенін ескерің, $\angle B = \angle A = \angle AC$, $AB = BC = AC$.
$BC, FB = BK$	
$CD = CK$	
Дк: $AB = AC$	

N4

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1) $5476b^2 > 1364b$, b бірдей сан екенін ескерсек $1364b > 5476b^2$ ешқашан бола алмайды.

2) 512 теңге берілген теңсіздіктің 2 жағында әсері бар, 1 жартысында теңсіздікке әсерін бағалағандықтан ол да маңызды фактор

3) Егер $a=1$, $b=2$ деп алсақ та

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

$283 + 5476 \cdot 4 = 283 + 21904 = 22187$

$5 + 2728 - 512 = 2733 - 512 = 2221$ сонда,

$22187 > 2221$

N3

Берілгені:

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ – натурал сандар

Кез келген екі a_i, a_j $i<j$ сандары үшін a_i+a_j, a_ia_j, $|a_i-a_j|$ сандары жазылып алынады.

(Егер ~~тақ~~ тақ + тақ = жұп сан)

Т/к: Жазылып алынған сандардың ішінде ең көп дегенде қанша сан тақ сан болатынын табыңыз.

Шешуі: Кез келген жағдайда:

1) Егер біз 2 тақ санды қоссақ, бізде жұп сан шығады (7+7=14, 15+19=34), егер 2 тақ санды көбейтсек, тақ сан шығады (7·9=63, 21·37=777...), егер азайтсақ жұп сан шығады (9-7=2, 19-15=4...). Сонда біз ~~3~~ алынған сандардан егер a_i мен a_j тақ екенін ескертпік. Жауабы: (2 сан жұп, 1 тақ)

2) a_i=жұп, a_j=тақ, сонда:

a_i+a_j= тақ сан. Оған мысал: 6+9=15, 8+19=27...

$a_i\cdot a_j$= жұп сан. Оған мысал: 6·9=54, 8·19=152...

$|a_i-a_j|$= тақ сан. Оған мысал: |6-9|=3, |8-19|=|-11|=11...

Жауабы: (2 сан тақ, 1 жұп)

3) a_i=жұп, a_j= ~~то~~ жұп сонда:

a_i+a_j=жұп. Оған мысал: 6+8=14, 2+4=6...

$a_i\cdot a_j$=жұп, Мысалы: 6·8=48, 2·4=8...

$|a_i-a_j|$=жұп, Мысалы: |6-8|=|-2|=2, |2-4|=2...

Жауабы: 3 жұп сан, біреуі де тақ емес.

Жауабы: Жазылып алынған сандардың ішінде ең көп дегенде 2 сан тақ сан болуы мүмкін.

4 - тапсырма

$a^2+141ab+5476b^2 \geqslant 5a+1364b-512.$

$a=2 \quad b=2.$

$2^2+141\cdot2\cdot2+547\cdot2^2 \geqslant 5\cdot2+1364\cdot2-512.$

$4+141\cdot4+547\cdot4 \geqslant 10\cdot1364\cdot2-512.$

$22472 \geqslant 2226.$

$a=1 \quad b=1$

$1^2+141\cdot1\cdot1+5476\,1^2 \geqslant 5\cdot1+1364\cdot1-512.$

$1\cdot41+5476 \geqslant 1369-512.$

$\cancel{688 \geqslant 57}$

$5617 \geqslant 857$

2-тапсырма

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$2+(3,4)=3+(4,2)=4+(2,3)$

$5,4 = 7,2 = 6,3$

a, b, c - натурал сандар.

1-тапсырма

Берілгені $\triangle ABC$-да AK-биссектриса.

AB және AC түзулерінен сәйкесінше E және D

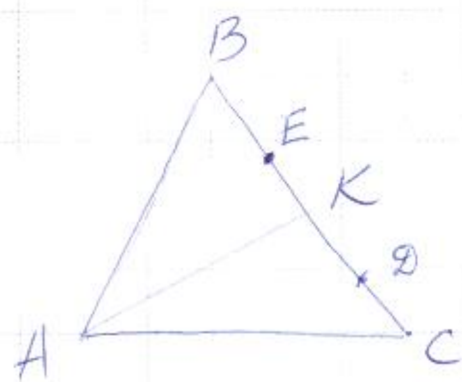
($E \neq A$, $D \neq A$) нүктелері алынған.

$EB = BK$ $\quad$ $CD = CK$

Егер $EBCD$ төртбұрыштың диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатса.

~~(Табу керек: $AB =$)~~ Дәлелдеу керек: $AB = AC$.

Дәлелдеуі:



3-тапсырма

$a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ - натурал сандар.

$a_i, a_j \ (i<j) \quad a_i+a_j, \ a_i a_j$

$|a_i, a_j|$

Табу керек: сандардың ішінде ең көп дегенде қанша сан тақ сан болады.

(3) $a_{1;2;\dots 2022} \in N$;
выбирается пара a_i и a_j при $i<j$
вписывают 3 числа
1) a_i+a_j ; 2) $a_i \cdot a_j$ 3) $|a_i-a_j|$; (кол-во нечетных чисел X может быть $[0;3]$
a_i и a_j = любое натуральное число, тогда

1) a_i и a_j - четные числа, тогда:
при сложении, вычитания, умножения получается четное число, тогда $X=0$

2) a_i и a_j - четное и нечетное, тогда:
при сложении и вычитании получается нечетное.
При умножении получается четное, тогда $X=2$.

3) a_i и a_j - нечетные числа тогда
при сложении получается четное
при вычитании и умножении получается нечетное,
тогда $X=2$.

Исходя из этого можно сказать, что из 3х чисел максимум будет 2 нечетные.

(4)
$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

1) $0+0+0 \geq -512$
$0 \geq -512$

1) Если $a=b$
Пример: $a=0; b=0$

2) $1+1410+547600 \geq 5+13640-512$
$549011 \geq 13133$

2) Если $a<b$
Пример: $a=1; b=10$

3) $100+1410+5476 \geq 50+1364-512$
$7086 \geq 902$.

3) Если $a>b$
Пример: $a=10; b=1$

Вывод: $a; b; c \in N$

AKM AKM	Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором
	Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 2

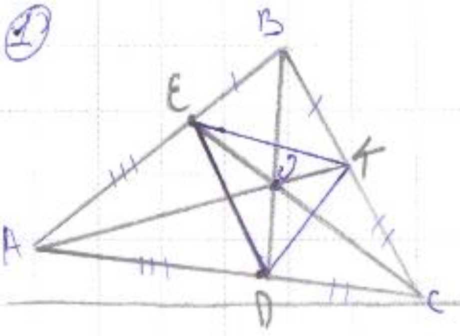
(2) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$1+1,1=1+1,1=1,1+1$

$2,1=2,1=2,1$

При условии, что $a=b=c$ тогда a, b и $c \in N$, потому что равенство соблюдается

(1)



Дано:

ABC - треугольник

$EB=BK$

$CD=CK$

Доказать, что $AB=AC$

BD = биссектриса

CE = биссектриса

O - точка пересечения биссектрис $\triangle ABC$ AED значит $AE=AD$

$\angle AOC=\angle COB=\angle AOB=60^\circ$ (в равновеликих треугольников) $360:6=60^\circ$.

значит $\angle A=B=\angle C=60^\circ$

выходит $AB=AC=BC$

2 Задание.

Найдите все натуральные a, b, c такие, что:

$$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$$

Здесь (x,y) - наибольший общий делитель чисел x и y.

Так как (x,y) - НОД чисел x и y, составим равенство:

$$\frac{a}{(c,a)(a,b)} = \frac{b}{(a,b)(b,c)} = \frac{c}{(b,c)(c,a)}.$$ => найдем, что равенство будет верным при $a=1$

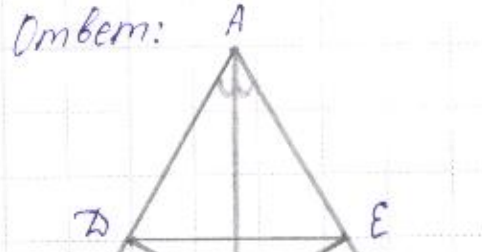
$b=1$

$c=1$

1 Задание.

В треугольнике ABC проведена биссектриса AK. На прямой AB и AC выбраны точки E, D (E ≠ A), (D ≠ A) соответственно. Оказалось, что точки E, D лежат по одну сторону от прямой BC и EB = BK, CD = CK. Докажите, что если точка пересечения диагоналей четырех-угольника EBCD лежит на прямой AK то AB = AC.

Ответ:



Дано: △ABC
AK - биссектриса
E ∈ AB, D ∈ AC
EB = BK, CD = CK
O ∈ AK.
Найти: AB = AC

Решение: Предположим, что △ABC - р/б, тогда AK является биссектрисой, медианой и высотой. Тогда четырехугольник DEBC тоже равнобедренный (EB = DC). △AED и △ABC - подобные (по 2 сторонам и ∠ между ними)

Отсюда ED ∥ BC => EDCB - р/б трапеция.
Диагонали р/б трапеции делят углы пополам =>
=> CE и DB - биссектрисы △ABC => биссектрисы △ пересекаются в одной точке. (O)

Ответ: Если диагонали четырехугольника пересекаются на отрезке AK, то AB = AC

4 Задание

Докажите, что для любых действительных a, b справедливо неравенство: $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

Пусть $a=\pm1$ и $b=\pm1$, тогда неравенство:
$1+141+5476 \geq 5+1364-512$ верно.
$1+141+5476 \geq -5-1364-512$ верно.
При $a=\pm1$, а $b=\mp1$, неравенство:
$1+141+5476 \geq 5-1364-512$ верно
$1+141+5476 \geq -5+1364-512$ верно
$\Downarrow$
Любое действительное a, b справедливо для неравенства.

При $a=\pm1$, а $b=0$, неравенство:
$1+0 \geq \pm5-512$ верно.
Аналогично, при $a=0$, а $b=\pm1$, неравенство:
$0+5476 \geq \pm1364-512$

3 задание.

Пусть $a_1, a_2, \dots a_{2022}$ - натуральные числа. Для каждой пары чисел a_i, a_j при $i < j$ выписываются числа $a_i + a_j$, $a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$. Найдите наибольшее возможное значение количества нечетных чисел среди выписанных.

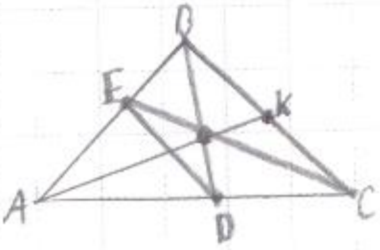
При сложении и вычитании чисел, для получения нечетного числа, необходимо 1 четное и 1 нечетное число.

При умножении необходимо 2 нечетных числа.

Предположим, что нечетных и четных чисел ровно по половине, тогда при сложении нечетных чисел при $i<j = 1011$, при перемножении 506, и при вычитании под знаком $|x|$ модуля 1011. Итог: максимальное число нечетных выписанных чисел 2528.

При всех нечетных числах, максимальное значение 1011.

Задание 1



Т.к $AE \infty AB$, $DK \infty DC$, а также учитывая, что $EB = BK$ и $CD = CK$, можно утверждать, что $BK = CK$, т.к. эти исходят из биссектрисы и учитывая это $ED = CD$ и $AD = AC$.

Задание 4

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

В левой части неравенства можно увидеть квадраты, а значит, что пара чисел будет всегда положительна, в правой же части квадратов нет. Что бы мы не подставили в левую часть уравнения, ответ всегда будет положителен и благодаря квадратам будет превосходить число получившееся в правой части. Если $a = b = 0$, то $0 > -512$, если $a = b = -1$, то снова будет это число, а слева положительное и т.д.

Балл

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Задание №1

Берілені.

ABC-үшбұрыш

AK-биссиктриса

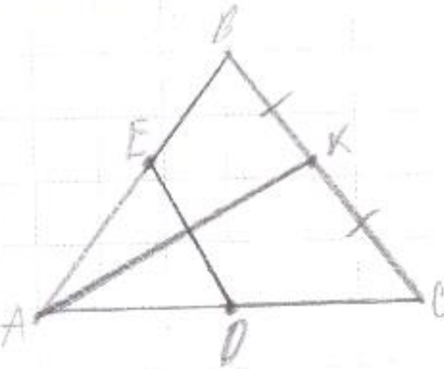
E және D ∩ AB және AC

BC, $EB=BK$

$CD=CK$

EBCD-төрт бұрыш

Дк: $AB=AC$



Дәлелдеуі:

$\begin{cases} BC \perp AK \\ ED \perp AK \end{cases}$ $AK \perp BC$ $AK \perp ED$

$AE=AD$

$EB+DC=ED+BC$

$EB=DC$

$AE+EB=AD+DC$

$AB=AC$

Задание №2

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

Задание №3

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$

$a_i \quad a_j \quad a_i+a_j$

$a_i<a_j \quad a_i a_j$

$|a_i \pm a_j|$

$a_1+a_{2022}=a_{2023}=$ тақ

$a_2+a_{2021}=a_{2023}$

$a_3+a_{2020}=a_{2023}$

$2022 : 2 = 1011$, $2022 - 2022 = 0$

Жауабы: 1011 тақ сан.

Задание №4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2=0$ $\qquad 5a+1364b-512=0$

$a^2+11a\cdot 11b+5476b^2=0$

$a(a+11)\cdot b(11+5476b)=0$

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ

№4

$a^2+141a\cdot b+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

методом подбора находим что $\sqrt{5476}=74$

$a^2+148ab+5476b^2-7a\cdot b \geq 5a+1364b-512$

$(a+74b)^2-7ab \geq 5a+1364b-512$

$(a+74b)^2+512 \geq 5a+7ab+1364b$

в любом случае $(a+74b)^2+512 \geq 5a+7a\cdot b+1364b$

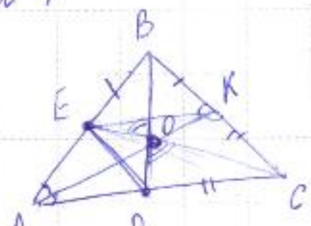
если $b=0$, тогда $a^2+512 \geq 5a+$

если a тоже $=0$ тогда $512 \geq 0$

если a и b отрицательные числа то $(|a|+74(-b))^2+512 \geq -5a+7a\cdot b-1364$

то также удовлетворяет условию

№1



Дано:

AK - биссектр.

$EB=BK$

$CD=CK$

EBCD - четырехугол.

Решение:

Рассмотрим $\triangle ABC$, $\angle BAK = \angle KAC$, т.к. AK - биссектр. $\Rightarrow \angle AKC = \angle AKB$, т.к. они напрел лежащие с углами $\angle BAK$ и $\angle KAC$

$\angle EOB = \angle DOC$, $\angle EOD = \angle BOC$, т.к. они вертикальные

$\frac{ED}{DC} = \frac{BO}{CO} = \frac{EO}{DO} \Rightarrow \triangle BOC$ и $\triangle EOD$ подобны

$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$

$\Rightarrow AB = AC$

№2

$a+(b,c)=b+(a,c)=c+(a,b)$

$a=\frac{1}{2}$ $b=\frac{1}{2}$ $c=0$

№3

$a_1, a_2 \dots a_{2022}$

a_i, a_j при $i<j$ a_i+a_j; $a_i \cdot a_j$; $|a_i-a_j|$;

$2022 \cdot \frac{1}{2}$ нечетные

a_j+a_{j-1} = нечет.

a_j+a_{j-2} = четное

$a_j \cdot a_{j-1}$ = четное

$a_{j-1} \cdot a_{j-3}$ = нечетное

$a_j - a_{j-1}$ = нечетное

$a_j - a_{j-2}$ = четна

$\frac{1011}{2}$ нечетных чисел, если каждое нечетное число умножать на каждое нечетное

505 чисел максимум

если от всех четных 1011 отнять все нечетные 1011 тогда получится 1011 пар чисел разность которые да от нечетное число

Ответ: 1011 максимум

№3

Бізге $a_1, a_2, \ldots, a_{2024}$ натурал сандар тізбегі берілді және кез келген екі a_i, a_j $(i<j)$ сандары үшін $(a_i+a_j$, $a_i a_j$ және $|a_i-a_j|$ сандары жазылып алынды. Яғни: (a_j+a_i) - 1 сан
$(a_i a_j)$ - 1 сан
$|a_i-a_j|$ = 1 сан $(|a_i-a_j| \geq 0)$

Шешуі: Бірақ біз бірнеше комбинацияларды қарастырайық;

1) Егер a_i және a_j - жұп сандар

$$\left.\begin{aligned}(\overset{\text{жұп}}{a_i}+\overset{\text{жұп}}{a_j}) &= \text{жұп сан}\\ (\overset{\text{жұп}}{a_i}\cdot\overset{\text{жұп}}{a_j}) &= \text{жұп сан}\\ |\overset{\text{жұп}}{a_i}-\overset{\text{жұп}}{a_j}| &= \text{жұп сан}\end{aligned}\right\}\text{0 тақ сан}$$

2) Егер a_i және a_j - тақ сандар

$$\left.\begin{aligned}(\overset{\text{тақ}}{a_i}+\overset{\text{тақ}}{a_j}) &= \text{жұп сан}\\ (\overset{\text{тақ}}{a_j}\cdot\overset{\text{тақ}}{a_i}) &= \text{тақ сан}\\ |a_i-a_j| &= \text{жұп сан}\end{aligned}\right\}\text{1 тақ сан}$$

3) Егер a_i - жұп ; a_j - тақ

$$\left.\begin{aligned}(\overset{\text{жұп}}{a_i}+\overset{\text{тақ}}{a_j}) &= \text{тақ сан}\\ (\overset{\text{жұп}}{a_i}\cdot\overset{\text{тақ}}{a_j}) &= \text{жұп сан}\\ |\overset{\text{жұп}}{a_i}-\overset{\text{тақ}}{a_j}| &= \text{тақ сан}\end{aligned}\right\}\text{2 тақ сан}$$

4) Егер a_i - тақ ; a_j - жұп

$$\left.\begin{aligned}(\overset{\text{тақ}}{a_i}+\overset{\text{жұп}}{a_j}) &= \text{тақ}\\ (\overset{\text{тақ}}{a_i}\cdot\overset{\text{жұп}}{a_j}) &= \text{жұп}\\ |\overset{\text{тақ}}{a_i}-\overset{\text{жұп}}{a_j}| &= \text{тақ}\end{aligned}\right\}\text{2 тақ сан}$$

Жауабы: Жазылып алынған сандардың ішінде ең көп дегенде 2 сан тақ сан болады.

№2

$$a + \underbrace{(b,c)}_{b\cdot c} = b + \underbrace{(c,a)}_{c\cdot a} = c + \underbrace{(a,b)}_{a\cdot b}$$

$a, b, c - ?$

$a + (b\cdot c) = b + (c\cdot a) = c + (a\cdot b)$

$a + bc = b + ca = c + ab$

$bc - ca - ab = c - b - a$

$bc - a - ab = bc - ca - ab - b - a$

$-b \mp a = bc - ca - ab - bc + ca - ab$

$a = -b$

$-b + bc = b + c\cdot(-b) = c + (-b\cdot b)$

$-b + bc = b - cb = c - b^2$

$-2b + b^2 = -c$

$b^2 - 2b - c = 0$

$D = 2^2 + 4c = 4 + 4c = 4(1+c)$

$b_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4(1+c)}}{2} = \pm 2\sqrt{1+c}$

$a = \pm 2\sqrt{1+c}$

$2\sqrt{1+c} + (2\sqrt{1+c}\cdot c) = 2\sqrt{1+c} + (c\cdot 2\sqrt{1+c}) = c + (2\sqrt{1+c}\cdot 2\sqrt{1+c})$

$2\sqrt{1+c} + 2c\sqrt{1+c} = 2\sqrt{1+c} + 2c\sqrt{1+c} = c + 2\sqrt{1+c}^2$

$\cancel{2\sqrt{1+c}} + \cancel{2c\sqrt{1+c}} - \cancel{2\sqrt{1+c}} - \cancel{2c\sqrt{1+c}} - 2 + 2c = c$

$-2 + 2c = c$

$3c = 2$

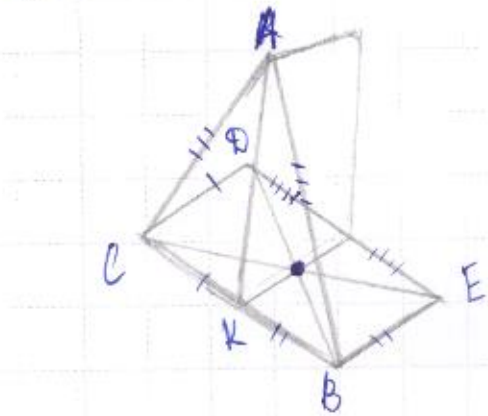
$c = 1,5$

$a = 2\sqrt{1+1,5} = 2\sqrt{2,5} = \sqrt{5}$

$b = -\sqrt{5}$

Жауабы: $a = \sqrt{5}$; $b = -\sqrt{5}$; $c = 1,5$

№1



Берілгені: ABC - $\triangle$ (үшбұрыш)
AK - биссектриса
$E \neq A$; $D \neq A$
$EB = BK$; $CD = CK$; $CK = KB$

керек
Дәлелдеу кТк: $AB = BC$
$\cancel{CK}$

Дәлелдеуі: $CAK = AKB$; $CK = KB$
Егер CAK және AKB үшбұрыштарының табандары бір-біріне тең және олардың ортақ биіктігі болса, яғни (AK), онда олардың гипотенузалары бір біріне тең болады. (теңбүйірлі үшбұрыш)
$AB = AC$

№4

$a^2+141ab+5476b^2 \geqslant 5a+1364b-512$

$a, b \in R$

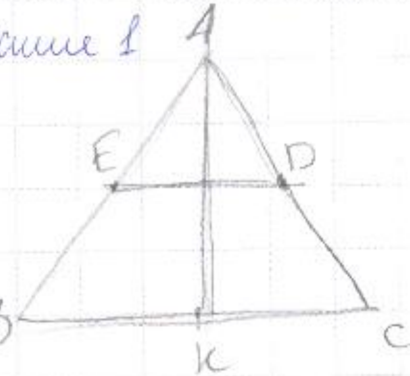
Мысалы:

$a=1\ ;\ b=1$

$1^2+141+5476 \geqslant 5+1364-512$

$5618 \geqslant 857$

Задание 1



Если мы возьмем точки E и D, то тоже увидеть что они паралельна, с B и C тоже самое. И так как это треугольник, если продолжить EB, то оно коснется точки A, DC если продолжить, происходит то же самое. AK у нас пересекает четырехугольник EBCD и DC=AD; BE=AE, так как EB и DC у нас паралельны и они у нас равны к AD и AE, то, ~~AB и AC~~ сторона AB и AC = AB=AC.

Задание 3

$a_1, a_2, \dots a_{2022}$ - натуральные числа. Для каждой пары чисел a_i, a_j при $i<j$ выписова-ются числа a_i+a_j, a_ia_j и $|a_i-a_j|$.

$2022:2=1011$

Ответ: 1011 чисел нечетных чисел среди выписаных.

АКМ АКМ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Задача 4

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

используемая формула далее на множе-тели / фсу

Задача 2

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

Найдите все натуральные числа a,b,c такие что

Здесь (x,y) - наибольший общий делитель чисел x и y.

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

N4.

Берілгені: Кез келген нақты a, в сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз:

$$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$$

Табу керек: теңсіздікті дәлелдеу.

Шешуі: Егер a, в сандары нақты болса, онда біз оларға кез келген сан қоя беруімізге болады.

Мысалы: 1) a = 0, в = 0, деп алсақ, онда:

$0^2+141\cdot 0\cdot 0+5476\cdot 0^2 \geq 5\cdot 0+1364\cdot 0-512.$

$0+0+0 \geq 0+0-512.$

$0 \geq -512$

Ия расында да 0 артық -512

2 мысал: a = 1, в = 1 деп қойсақ, онда

$1^2+141\cdot 1\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 1+1364\cdot 1-512.$

$1+141+5476\cdot 1 \geq 5+1364-512$

$5618 \geq 857.$

Ия шынымен де осы теңсіздік орындалды, себебі 5618 саны артық 857 санынан.

3 мысал: a = 2, в = 1 деп алсақ, онда

$2^2+141\cdot 2\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 1-512$

$4+282+5476 \geq 10+1364-512$

$5762 \geq 862$

Осы кезде де 5762 саны 862-санынан артық болды.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 2

№4.

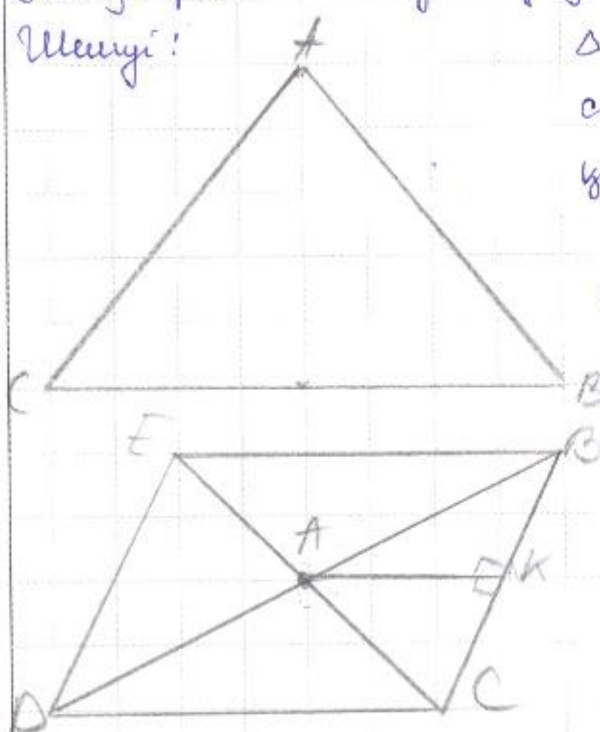
Осылай біз кез келген сандарды a және b орнына қойсақ, теңсіздік орындалады.

Жауабы: дәлелденді.

№1. Берілгені: $\triangle ABC$, AK – биссектриса, $E \neq A$, $D \neq A$, E және D нүктелері AB және AC түзулеріне сәйкесінше алынған. E, D нүктелері BC түзуіне қатысты бір жақта жатыр. $EB = BK$, $CD = CK$. Егер $\square EBCD$ диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатса, онда $AB = AC$ болатынын дәлелдеңіз.

Табу керек: $AB = AC$ дәлелдеу.

Шешуі:



$\triangle ABE$ – теңбүйірлі, сондықтан $AB = AC$. себебі теңбүйірлі үшбұрыштың бүйір қабырғалары тең.

$EBCD$ – параллелограм болса, онда $EB = DC$, $ED = BC$.

N 3. Берілгені: $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ натурал сандар болсын. Кез келген екі a_i, a_j ($i<j$) сандары үшін a_i+a_j, $a_i a_j$ және $|a_i-a_j|$ сандары жазылып алынады. Жазылып алынған сандардың ең көп дегенде қанша сан тақ сан болатынын табыңыз.

Табу керек:

Шешуі: егер $i<j$ болса, онда $a_i<a_j$.

Мысалы: $a_i=1$, $a_j=3$ деп алайық.

$1+3=4$ (жұп сан); $1\cdot 3=3$ (тақ сан), $|1-3|=2$ (жұп сан)

2022 санының ішінде 1011 тақ сан бар.

2 мысал: $a_i=3$, $a_j=7$

$3+7=10$ (жұп сан) $3\cdot 7=21$ (тақ сан); $|3-7|=4$ (жұп сан)

3 мысал: $a_i=6$, $a_j=10$

$6+10=16$ (жұп сан), $6\cdot 10=60$ (жұп сан); $|6-10|=4$ (жұп сан)

Егер, біз тақ сандарды қойсақ, онда a_i+a_j; $a_i a_j$, $|a_i-a_j|$ жауабында 1 тақ сан шығады. Ал егер жұп сандарды қойсақ, жауабында бірде бір тақ сан шықпайды. Бізге тақ сандар керек, онда $a_1, a_2 \ldots a_{2022}$ сандар ішінде 1011 тақ сан бар. Сондықтан, біз $1\cdot 1011=1011$ тақ сан.

Жауабы: ең көп дегенде 1011 тақ сан болады.

N 2. Берілгені: $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a, b, c табыңыз.

Бұл жердегі (x,y) – x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

Табу керек: барлық натурал a, b, c

Шешуі: 1 жағдай: $a=1$, $b=1$, $c=1$.

$1+(1,1)=1+(1,1)=1+(1,1)$

1 және 1 ең үлкен ортақ бөлгішін табайық: $\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ 1 & \end{array}$

ЕҮОБ$(1;1)=1$.

$1+1=1+1=1+1$

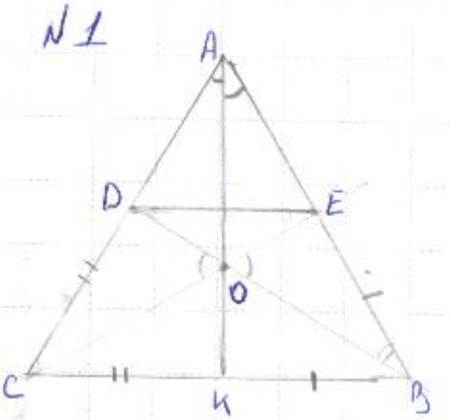
$2=2=2$

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

N 1



Дано: $\triangle ABC$

AK - биссектриса, $\angle CAK = \angle KAB$

$EB = BK$, $CD = CK$

EBCD - четырехугольник.

Д/ть $AC = AB$

Д/во: ($\triangle EOB \sim \triangle ODC$)

$\angle EOB = \angle DOC$ (вертикальные)

$\angle ODC = \angle EBO$ (накрест лежащие $DE \parallel BC$, DB-секущая)

$\angle OCD = \angle OEB$ (накрест лежащие $DE \parallel BC$, CE-секущая) $\Rightarrow$

$\triangle EOB \sim \triangle ODC$ (по трем углам) $\Rightarrow$

$DC = EB \Rightarrow BK = CK$

Т.к. $BK = CK$, то AK - медиана

AK - медиана и биссектриса $\Rightarrow AB = AC$ (по свойствам равнобедренного $\triangle$)

N2 N 4.

Д/ть: $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

Д/во:

$a^2 + 140ab + ab + 4900b^2 + 576b^2 = (a+70b)^2 + ab + 576b^2 = (a+70b)^2 + b(a+576b)$

$(a+70b)^2 + b(a+576b) \geq 5a + 1364b - 512$.

Балл

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 2

№2.

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$

$a+b = b+c = c+a$

$a+c = b+a = c+b$

$a =$

$b =$

$c =$

Сынып / Класс: 10

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника   Парақ / Страница № 3

N3.

$a_1, a_2, \ldots a_{2022}$ – натур числа N.

$a_i + a_j$

$a_i \cdot a_j \qquad i < j$

$|a_i - a_j|$

Если брать i - как нечетное, j - четное, то всегда при выполнении условий будет два нечетных $\Rightarrow$

$2022 : 2 = 1011$.

Ответ: 1011 наибольших возможных более нечетных чисел.

1. ТАПСЫРМА.

Берілгені:

$\triangle ABC$.

AK-биссектриса.

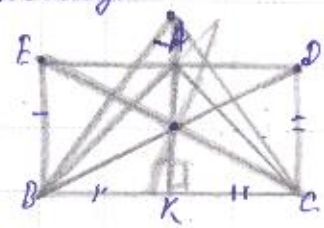
E, D-нүктелері:

$EB = BK$.

$CD = CK$.

Т/к: $AB = AC$ дәлелдеу.

Шешуі:



Кез келген төртбұрыштың диагональдарының қиылысу нүктесі төрт-бұрыштың қорларын қақ екіге бөледі. Сондықтан $BK = CK$.

Демек биссектриса үшбұрыштың табанын екіге бөледі.

$\triangle ACK - \triangle ABK$ — Тікбұрышты үшбұрыш.

$\angle BAK = \angle CAK$.

$\triangle ABK = \triangle ACK = 180^\circ$. $\quad 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\angle BKA = \angle CKA = 90^\circ$. $\quad \angle B + \angle BAK = 90^\circ$

$\angle A = \angle BAK + \angle CAK$. $\quad \angle B = 30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$.

$\angle A = 60 + 60 = 120^\circ$ $\quad \angle BAK = 90 - 30 = 60^\circ$. $\quad \angle BAK = \angle K - \angle B$.

$\angle B = \angle C$ $\quad \angle BAK = 90 - 45^\circ = 45^\circ$.

$\triangle ABC = 180^\circ$ $\quad \angle A = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\angle B, \angle C = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$. $\quad \angle B = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$.

$\angle BAK = 90 - 60^\circ = 30^\circ$

$\angle A = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\angle B = \angle C = \angle A$ Демек үшбұрыш тең қабырғалы үшбұрыш немесе $\angle B = \angle C$ болса үшбұрыш тең бүйірлі деген еді (-еміміз).

Жауабы: $AB = AC$ Себебі үшбұрыш тең бүйірлі немесе тең қабырғалы.

2-тапсырма.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a;b)$

$a+x=b+y=c+z.$

$a+c=b+a=c+b$

$a+c-b$

3-Тапсырма.

$2022 : 2 = 1011$ - тақ сан.

$C_n^2 = \frac{1011!}{(1011-2)! \cdot 2!} = \frac{\cancel{1009!} \cdot 1010 \cdot 1011}{\cancel{1009!} \cdot 1 \cdot 2} = 505 \cdot 1011 = 510555.$

4-Тапсырма.

$\cancel{a=2}$ $\qquad a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 5$

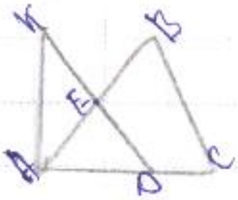
$\cancel{b=3}$. $\qquad a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1384b + 512 \geq 0.$

~~деген сандарды алсақ.~~

$2^2 + \cancel{141 \cdot 2 \cdot 3 + 5476 \cdot 3^2 \geq 5 \cdot 2 +} 1364 \cdot 3 \cdot 512.$

$4 + \cancel{282 \cdot 3} + \cdot 16428 \cdot 3.$

Берілгені:
$\triangle ABC$
AK-биссек
ED қиятын BC
EB=BK
CD=CK.
EBCD төртбұрыш
Табу керек: AB=AC



Шешуі:
AB=AC
(E≠A), D≠A).
AB=теңбүйірі
AC=теңбүйірі.
$AB \perp AC$

AKM AKM

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2.

$33+(44,55)=44+(55,33)=55+(33,44).$

$(77,88)=(99,77)=(88,99).$

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 3.

$a_1=2$ $a_3=74$, ... $a_{2022}=404498$

тақ-43.

$2+4=6$ $2\cdot 4=8.$ $|2-4|$

$|-2|$

АКМ АКМ

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 4.

$a=2 \quad b=1.$

$2^2+141\cdot 2\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 1-512.$

$5762 \geq 862.$

№4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$.

Егер $a=1$, $b=1$ болса,

$1^2+141\cdot 1\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 1+1364\cdot 1-512$.

$1+141+5476 \geq 5+1364-512$.

$5617 \geq 857$.

Егер $a=2$, $b=1$ болса,

$2^2+141\cdot 2\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 1-512$.

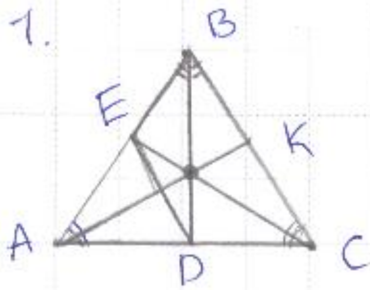
$4+282+5476 \geq 10+1364-512$.

$5762 \geq 862$.

яғни теңсіздік дәлелденді.

сандарды теру әдісімен шығардым.

1.



ABC - теңқабырғалы үшбұрыш деп алсақ

$A=B=C$

$AK=$ биссектрисасы.

$CE=$ биссектриса

$BD=$ биссектрисасы

CE биссектриса срқона $AE=EB$.

BD биссектриса срқона $AD=DC$.

$EB=BK$, $CD=CK$.

$BK=KC$, $BC=AC$.

Сондықтан $AB=AC$

№2. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$.

$a=3$, $b=1$, $c=2$ болса,

$3+(1,2)=1+(2,3)=2+(3,1)$

$a+(b,c)=a+(b+c)$,

$b+(c,a)=b+(c+a)$,

$c+(a,b)=c+(a+b)$ болса

$3+(1+2)=1+(2+3)=2+(3+1)=6$.

3. $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ натурал сандар. Кез келген екі a_i, a_j $(i<j)$ сандары үшін a_i+a_j, $a_i a_j$ және $|a_i-a_j|$ сандары жазылып алынады.

$a_i=2$, $a_j=5$ болсын.

$a_i+a_j=2+5=7$

$a_i\cdot a_j=2\cdot 5=10$

$|a_i-a_j|=|2-5|=|-3|$

Осы жазылып алынған сандардың ішінде 2 тақ сан бар.